
DST DE MATHÉMATIQUES

Première Spécialité mathématiques

INFORMATIONS

Date : Lundi 7 octobre 2019

Durée : 3 heures (sortie autorisée : 2 heures 30)

Calculatrice : autorisée.

CLASSE

1^{ère} 4 (40 élèves) **Professeur :** E. Pons

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf en cas de précision contraire de l'énoncé.

EXERCICE 1 (9 POINTS) - ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS -

Soit f la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 6x - 27$.

1. Déterminer la forme canonique de f , en utilisant les identités remarquables.
2. En déduire la forme factorisée de f .
3. En utilisant la forme la plus adaptée, et après avoir justifié votre choix, résoudre :
 - (a) $f(x) = 0$.
 - (b) $f(x) = -27$.
 - (c) $f(x) = -36$.
4. Soit g la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$.
 - (a) Vérifier que 1 est racine évidente de g .
 - (b) En utilisant la somme ou le produit des racines, déterminer l'autre racine de g .
 - (c) En déduire la forme factorisée de g .
5. Résoudre $f(x) < g(x)$.

EXERCICE 2 (4 POINTS) - ÉTUDE DE SIGNE -

Soit h la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 3x^2 - 10x - 8$.

1. Résoudre l'équation $h(x) = 0$.
2. Déterminer suivant les valeurs de x le signe de $h(x)$.

EXERCICE 3 (2 POINTS) - DÉTERMINER UNE EXPRESSION -

Déterminer une expression de la fonction polynôme du second degré k , représentée par la parabole $\mathcal{P}$ qui coupe l'axe des abscisses aux points de coordonnées $(-9 ; 0)$ et $(6 ; 0)$ et qui passe par le point $(1 ; 25)$.

EXERCICE 4 (3 POINTS) - UN PROBLÈME DU SECOND DEGRÉ -

François décide d'aménager sa piscine, qui a une forme carrée et qui mesure x mètres de côté.

Il veut acheter une bâche de sécurité, qui coûte 20 € par m^2 .

Il veut installer une clôture faisant le tour de sa piscine à une distance de deux mètres de la piscine. Le prix est 100 € par mètre de clôture.

Enfin il veut acheter une échelle de piscine qui coûte 150 €.

On note $P(x)$ le prix total que François va payer.

1. Montrer que $P(x) = 20x^2 + 400x + 1\,750$.
2. Combien payera-t-il si la piscine fait 5 mètres de côté.
3. Quelle est la taille de la piscine s'il paye 8 155 €?

EXERCICE 5 (2 POINTS) - UN PROBLÈME OUVERT -

Soit m un réel quelconque. On considère le polynôme Q_m défini par $Q_m = 2x^2 + (m - 5)x + m + 3$.
Pour quelles valeurs de m l'équation $Q_m = 0$ a-t-elle deux solutions distinctes ?