

EXERCICE 1 (4 POINTS) : NIVEAU N1

1. Les fonctions polynôme du second degré qui s'annulent en -2 et en 3 ont pour racines -2 et 3 . Leur forme factorisée est donc :

$$P(x) = a(x + 2)(x - 3) \text{ où } a \text{ est un réel non nul.}$$

2. Les fonctions polynômes du second degré Q ont les mêmes racines que P pour les mêmes raisons ; $Q(x) = a(x + 2)(x - 3)$.

De plus on a : $Q(1) = 2 \iff a(1 + 2)(1 - 3) = 2$ d'où $a = -\frac{1}{3}$. On obtient ainsi $Q(x) = -\frac{1}{3}(x + 2)(x - 3)$, unique f.p.f.d.

EXERCICE 2 (4 POINTS) : NIVEAU N2

On vérifie que $P(-2) = (-2)^2 + 5 \times (-2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$, donc -2 est racine du polynôme du second degré P .

On sait de plus que le produit des racines est : $-2 \times x_2 = 6$ d'où $x_2 = -3$; la deuxième racine du polynôme P est -3 .

Enfin le coefficient devant x^2 est 1, donc la forme factorisée de P est $P(x) = (x + 2)(x + 3)$.

EXERCICE 3 (3 POINTS) : NIVEAU N2-N3

L'énoncé nous dit que $f(x) = -3(x - 1)(x - 5)$.

1. On développe : $f(x) = -3(x^2 - x - 5x + 5) = -3x^2 + 18x - 15$.
2. On met $f(x)$ sous forme canonique :

$$f(x) = -3(x^2 - 6x) - 15$$

$$f(x) = -3[(x - 3)^2 - 9] - 15$$

$$f(x) = -3(x - 3)^2 + 27 - 15$$

$$f(x) = -3(x - 3)^2 + 12$$

3. $f(x) = -3(x - 3)^2 + 12$ est la forme canonique ;
 $f(x) = -3(x - 1)(x - 5)$ est la forme factorisée ;
 $f(x) = -3x^2 + 18x - 15$ est la forme développée.

4. On précise pour chaque réponse la forme la plus adaptée et on résout
- (a) la forme développée est la plus adaptée car 0 annule les termes "en x " et donne $f(0) = -15$.
 - (b) la forme canonique est la plus adaptée car 3 annule le facteur $(x - 3)^2$; on obtient $f(3) = 12$.
 - (c) la forme factorisée est la plus adaptée car elle permet de récupérer une équation produit avec membre nul :

$$f(x) = 0 \iff -3(x - 1)(x - 5) = 0 \iff (x - 1)(x - 5) = 0;$$
les solutions sont immédiatement 1 et 5.
 - (d) la forme canonique est la plus adaptée car les "12" s'annulent dans chaque membre et cela permet de récupérer une inéquation avec membre nul et l'autre membre est un carré ce qui simplifie grandement la résolution.

$$f(x) \leq 12 \iff -3(x - 3)^2 + 12 \leq 12 \iff -3(x - 3)^2 \leq 0;$$
cette dernière inégalité est vraie pour toute valeur de x donc les solutions sont l'ensemble de tous les réels soit $\mathbb{R}$.
5. La courbe $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses lorsque $f(x) = 0$. On cherche donc les racines de la fonction polynôme du second degré; la forme factorisée nous les donne immédiatement; les points cherchés ont donc pour coordonnées (1 ; 0) et (5 ; 0).