

Date du DTL : mercredi 5 janvier 2022

Durée de l'épreuve : 2 heures.

Matériel autorisé	Calculatrice, dans le cadre de la réglementation en vigueur
Consignes particulières	Tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte, sauf précision contraire de l'énoncé.

barème sur 20 points

Exercice 1 (4 POINTS)

Dans un de ses romans dont l'action se déroule en 1832, Eugène Sue fait dire au narrateur : « 150 000 francs reçus de M. de Rennepont en 1682 par mon grand-père et placés successivement par lui, mon père et moi, à intérêt de 5 % (annuels), [...] en capitalisant les intérêts, ont produit 225 950 000 francs ».

On modélise la situation présentée dans le texte par une suite géométrique (u_n) de raison 1,05 où u_n représente le capital acquis l'année $(1682 + n)$, où n est un entier naturel.

1. Quelle est la valeur de u_0 ?
2. Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
3. Calculer u_{150} .
4. Recopier et compléter les lignes 3 et 5 de l'algorithme suivant pour qu'à la fin de son exécution, la variable C contienne l'année à partir de laquelle le capital initial a été au moins multiplié par 10.

```
A ← 1682
C ← 150 000
Tant que C < .....
A ← A + 1
C ← .....
Fin Tant que
```

Exercice 2 (7 POINTS)

Une entreprise fabrique des petites figurines pour enfant. Pour s'assurer de la qualité de ses produits, l'entreprise ne réalise pas plus de 18 milliers de figurines par mois et on suppose que chaque figurine produite est vendue.

On note x le nombre de milliers de figurines vendues par mois, avec $x \in [0 ; 18]$.

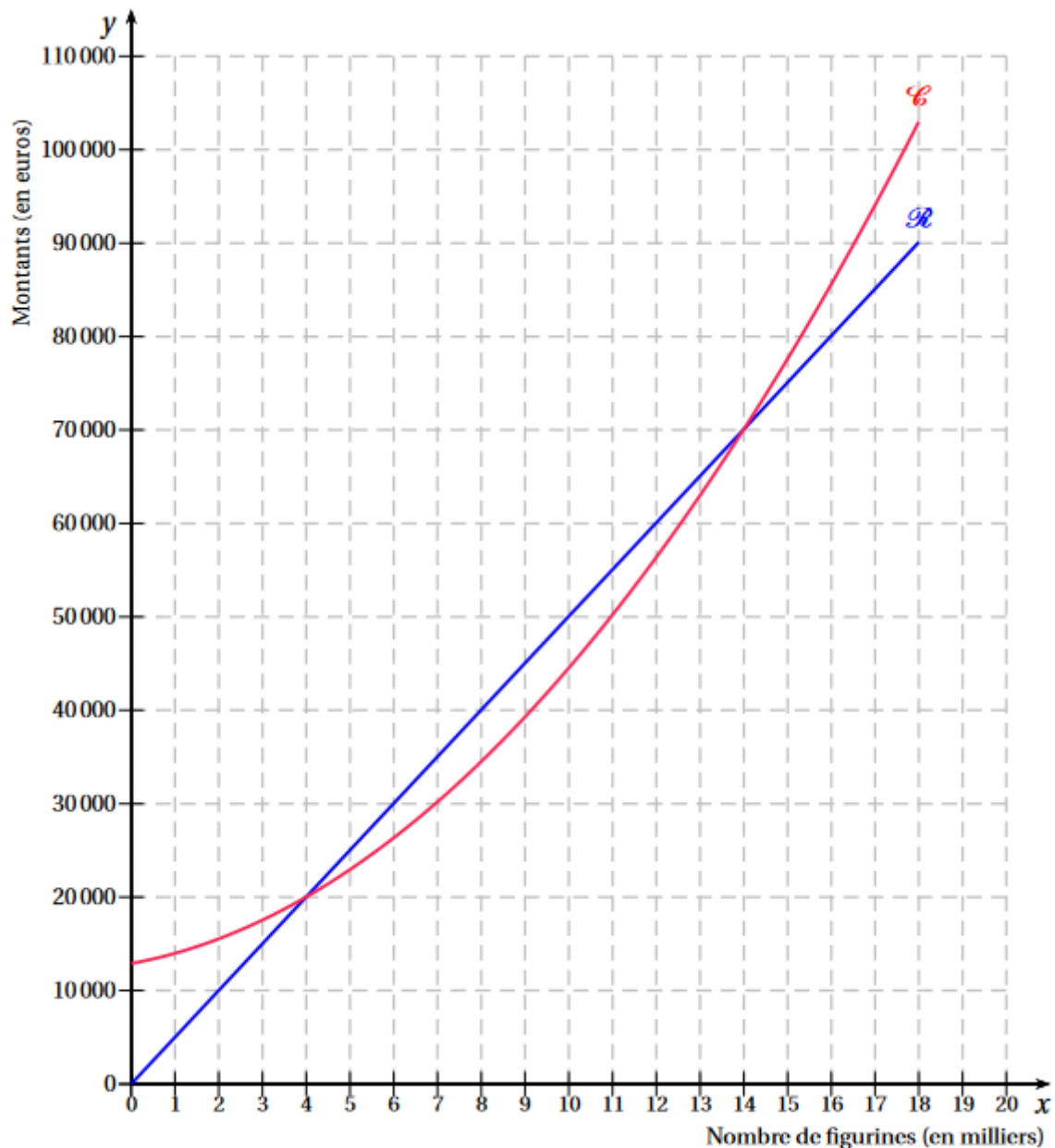
Partie A : lecture graphique

On a représenté sur le graphique ci-dessous le chiffre d'affaires mensuel et le coût de production mensuel en fonction du nombre de milliers de figurines produites.

La courbe $\mathcal{C}$ représente le coût de production et la courbe $\mathcal{R}$ le chiffre d'affaires mensuels.

À l'aide du graphique répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le montant du chiffre d'affaires mensuel obtenu pour 10 milliers de figurines vendues ?
2. Donner sous forme d'intervalle le nombre de milliers de figurines vendues pour lequel l'entreprise réalise des profits.



Partie B : étude du bénéfice mensuel

Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 18]$, on note $B(x)$ le bénéfice mensuel de l'entreprise en euros. On a :

$$B(x) = -230x^2 + 4\,140x - 12\,880.$$

1. On admet que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 18]$:

$$B(x) = -230 (x^2 - 18x + 56) .$$

- (a) Résoudre l'équation suivante par le calcul :

$$x^2 - 18x + 56 = 0.$$

- (b) En déduire les points morts de production, c'est-à-dire les nombres de figurines produites pour lesquels le bénéfice est nul.

2. On considère la fonction bénéfice B défini sur l'intervalle $[0 ; 18]$ par :

$$B(x) = -230x^2 + 4\,140x - 12\,880.$$

- (a) Établir la forme canonique de la fonction polynôme du second degré $B(x)$.
- (b) En déduire les coordonnées du sommet de la courbe de la fonction B .
- (c) Préciser, en le justifiant brièvement, s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum.
- (d) Donner, sans justification, le tableau des variations de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 18]$.
- (e) Combien l'entreprise doit-elle vendre de figurines pour que le bénéfice soit maximal ? Quel est le montant de ce bénéfice maximal ?

Exercice 3 (9 POINTS)

Marc postule pour un emploi dans deux entreprises.

La société ALLCAUR propose à compter du 1^{er} janvier 2008, un contrat à durée déterminé (CDD) de 2 ans avec un salaire net de 1 800 euros le premier mois, puis une augmentation de 0,7 % chaque mois sur la période des 2 ans.

La société CAURALL propose un salaire de départ de 1 750 euros augmenté de 20 euros chaque mois.

I. UTILISATION D'UN TABLEUR

Marc utilise un tableur pour visualiser les propositions des deux entreprises.

Voici les résultats qu'il obtient :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Mois		ALLCAUR			CAURALL	
2			Salaire	Salaire cumulé		Salaire	Salaire cumulé
3	1		1 800	1 800		1 750	1 750
4	2						
5							
...							

1. La cellule F4 contient le salaire, proposé à Marc le deuxième mois par l'entreprise CAURALL.

Quelle formule destinée à être recopiée vers le bas, faut-il écrire dans la cellule F4 ?

2. La formule saisie dans la cellule C4 est : $= C3 * 1,007$.

Cette formule est recopiée vers le bas. Quelle formule se trouve alors dans la cellule C5 ?

3. Parmi les trois formules suivantes, déterminer toutes celles que l'on peut écrire dans la cellule G4 et qui permettent de connaître par recopie vers le bas les salaires cumulés proposés par l'entreprise CAURALL.

(a) $=\$G\$3+F4$

(b) $=G3 + F4$

(c) $=SOMME(\$F\$3 :F4)$

II. ÉTUDE DE LA RÉMUNÉRATION PROPOSÉE PAR ALLCAUR

On note U_n le salaire proposé à Marc par ALLCAUR au n -ième mois de son CDD.

1. Déterminer U_1 , U_2 , U_3 et U_4 arrondis à 10^{-2} .

2. (a) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .

(b) En déduire la nature de la suite (U_n) , en précisant son premier terme et sa raison.

- (c) Exprimer U_n en fonction de n .
3. Déterminer le salaire que percevrait Marc, au centime près, au dernier mois de son CDD.
4. Calculer le montant total S des salaires qui seraient versés à Marc sur les 2 ans, arrondi au centime.

Formulaire

— La somme S des n premiers termes d'une suite arithmétique (u_n) est donnée par :

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = n \times \frac{u_1 + u_n}{2}$$

— La somme S des n premiers termes d'une suite géométrique (u_n) de raison $q \neq 1$ est donnée par :

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$