Indications portant pour l'ensemble du sujet : ***toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée dans l'énoncé.***
Le barème (indicatif) est sur XXX points et sera ramené à 20 points.

EXERCICE 1 (14 POINTS)

Les questions de cet exercice sont toutes indépendantes !

On s'intéresse à la poursuite des études des élèves à l'issue d'une classe de seconde.

	Filles	Garçons	Total
Redoublement	35 570	32 958	
Première générale	169 437	128 731	
Première technologique	62 103	60 257	
CAP	11 214	10 982	
Autre	319	475	
Total	**278 643**	**233 403**	

On choisit un élève au hasard, tous les élèves ayant la même chance d'être choisis.
On considère les événements suivants :

— A : "l'élève est une fille".
— B : "l'élève redouble la classe de Seconde".
— C : "l'élève prépare un CAP".
— D : "l'élève suit une Première générale".

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

1. Il y a 278 643 parmi 278 643+233 403 = 512 046 élèves de Seconde, d'où $p(A) = \dfrac{278643}{512046} \approx \boxed{0.54}$ et de même $p(B) = \dfrac{35570 + 32958}{512046} \approx \boxed{0.13}$ à 10^{-2} près.
2. (a) Les événements $\boxed{C \text{ et } D}$ sont incompatibles car aucun élève ne peut réaliser les deux simultanément.
   (b) L'incompatibilité des événements est vérifiée entre chaque case du tableau (autres que celles de la ligne ou la colonne "total").
3. L'événement $A \cap B$ est : "l'élève est une fille qui redouble la classe de Seconde". Il y a 37 570 filles qui redoublent la classe de Seconde parmi 278 643+233 403 = 512 046 d'où $p(A \cap B) = \dfrac{37570}{512046} \approx \boxed{0.07}$ à 10^{-2} près.
4. L'événement $A \cup B$ est : "l'élève est une fille ou bien un élève qui redouble la Seconde". Il y a 32 958 + 278 643 = 311 601 élèves concernés, d'où $p(A \cup B) = \dfrac{311601}{512046} \approx \boxed{0.61}$ à 10^{-2} près.
5. De même $p(C) = \dfrac{11214 + 10982}{512046} \approx \boxed{0.04}$ à 10^{-2} près ; $p(D) = \dfrac{169437 + 128731}{512046} \approx \boxed{0.58}$ à 10^{-2} près.
6. $A \cap D$: "une fille qui suit une première générale". $p(A \cap D) = \dfrac{169437}{512046} \approx \boxed{0.33}$ à 10^{-2} près.
7. $\overline{A} \cap C$: "l'élève est un garçon qui prépare un CAP". $p(\overline{A} \cap C) = \dfrac{10982}{512046} \approx \boxed{0.02}$ à 10^{-2} près.

EXERCICE 2 (4 POINTS)

On lance une fois un dé classique à 6 faces truqué. Le tableau ci-dessous donne la loi de probabilité (incomplète) de cette expérience aléatoire.

Numéro	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,10	0,10	0,35	?	0,25	0,05

1. Calculez la probabilité des événements suivants :
   A : « On obtient la face 4 » ; le tableau est celui d'une loi de probabilité, donc la somme des probabilités des événements élémentaires doit être égale à 1, d'où : 0.1+0.1+0.35+p(A)+0.25+0.05=1. On trouve donc $\boxed{p(A) = 0.15}$.
   B : « On obtient une face paire » ; l'événement est réalisé par les faces paires, d'où $p(B) = 0.1+0.15+0.05 = \boxed{0.3}$.
2. Calculez de deux façons différentes la probabilité de l'événement :
   C : « Le numéro qu'on obtient n'est pas le 3 ».
   Si le numéro n'est pas 3, c'est qu'il est 1 ou 2 ou 4 ou 5 ou 6 ; on a donc $p(C) = 0.1+0.1+0.15+0.25+0.05 = \boxed{0.65}$.
   L'autre manière de raisonner est de considérer que le contraire de l'événement "le numéro qu'on obtient n'est pas 3" est l'événement "le numéro qu'on obtient est 3" ; d'où la probabilité $p(C) = 1 - p(\overline{C} = 1 - 0.35 = \boxed{0.65}$.

EXERCICE 3 (6 POINTS)

Un club sportif fait fabriquer des tee-shirts au nom du club. Chaque tee-shirt est facturé 9 €, mais ils sont facturés 7,50 € si la commande est supérieure ou égale à 100 unités du produit.
Soit N la variable égale au nombre de tee-shirts commandés et P le prix payé par le club.

1. Calculer P dans les cas suivants :
   (a) N = 40 donc P = 40 × 9 = 360 €.
   (b) N = 130 donc P = 130 × 7.5 = 975 €.
2. Écrire sur votre copie un programme Python permettant d'obtenir le prix payé par le club pour un nombre N de tee-shirts commandés. Le nombre N sera demandé par le programme à l'utilisateur. Le programme aura la structure suivante :

```
N=..........
if N ........
    P=........
else:
    P=........
.............
```

EXERCICE 4 (6 POINTS)

1. La fonction carré est décroissante sur $]-\infty\,;\,0\,]$ donc elle change le sens des inégalités, par contre elle est croissante sur $[\,0\,;\,+\infty\,[$donc elle conserve le sens des inégalités (les images sont rangées dans le même ordre que les antécédents!) :

   a) $-5.63 \leqslant -4,28$ donc $(-5.63)^2 \geqslant (-4,28)^2$ **b)** $5,17 \leqslant 7,17$ donc $5,17^2 \leqslant 7,17^2$

2. En justifiant à l'aide de la courbe de la fonction carré, déterminez à quel intervalle appartient x^2 lorsque :
   On trace la courbe de la fonction carré pour chaque cas si possible, et on observe (sur l'axe des ordonnées) les ordonnées des points, qui sont $y = x^2$:
   - quand $x \in [0;5]$, alors les ordonnées des points de la courbe varient de 0 à 25.
   - quand $x \in]-6;-4]$, alors les ordonnées des points de la courbe varient de 16 à 36.
   - quand $x \in [-4;3[$, alors les ordonnées des points de la courbe varient de 0 à 16.

3. Pour cette question, on trace la courbe de la fonction carré, puis pour chaque cas on trace l'axe horizontal d'équation $y = 25$,puis 16...
   Et on obtient :

   a) $[-5\,;\,0\,[\cup]\,0\,;\,5\,]$ **b)** $]-4\,;\,4\,[$ **c)** $[-6\,;\,-\sqrt{7}\,[\cup]\,\sqrt{7}\,;\,6\,]$ **d)** $[-\infty\,;\,-6\,[\cup]\,6\,;\,+\infty\,]$

Pour la suite de la correction, je cesse de corriger en suivant les modèles d'argumentation que nous avons travaillés en cours. Je vous donne les démarches qui sont attendues de vous et si vous souhaitez valider les modèles d'argumentation ; alors rédigez les sur une feuille et rendez les moi pour que je vous les corrige! Ce sera avec PLAISIR et vous aurez assurément plus progressé!!!!!!

EXERCICE 5 (14 POINTS)

Soit (O , I , J) un repère orthonormée du plan. On considère les points A(2 ; 2) , B (3 ; 4) , C (1 ; 5)

1. Placer ces points dans un repère à construire en annexe.
2. Pour démontrer que le triangle ABC est rectangle en B; on rédige la réciproque du théorème de Pythagore.

   Pour la suite, on souhaite trouver une méthode de **"construction exacte"** (*par exemple comme intersection de deux objets géométriques parfaitement constructibles*) le point T de coordonnées $\left(1\,;\,\frac{7-\sqrt{6}}{2}\right)$.

   Rappel historique : la construction exacte du nombre $\sqrt{2}$ est obtenue grâce à la diagonale du carré de côté 1 !
   On observe que le nombre $\dfrac{7-\sqrt{6}}{2}$ est difficile à construire de manière exacte (*c'est à dire sans passer par une approximation de sa valeur décimale*).

3. Pour calculer les coordonnées du milieu M du segment [AC], on applique $\mathrm{M}\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$ et on trouve $\mathrm{M}\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.
4. Pour déterminer le rayon du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AC], on calcule le diamètre AC= $\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$ et après on divise par 2 pour trouver $\boxed{\text{rayon} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}}$.
5. Pour démontrer que le point B appartient au cercle $\mathscr{C}$, on calcule la distance MB et on observe que MB=rayon=$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.
   Ce qui prouve que B appartient au cercle $\mathscr{C}$ (un cercle est l'ensemble des points qui sont à la même distance d'un centre, ici M est le centre et $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ est le rayon).
6. Démontrer de même que le point T appartient au cercle $\mathscr{C}$??; on la déjà fait pour B, ben on fait pareil !
7. C'est pour cette question que la précédente a un intérêt !!!!
   une méthode de construction exacte du point T consiste à :
   - construire le cercle $\mathscr{C}$ de centre M (parfaitement constructible) et passant par B (parfaitement constructible).
   - construire l'axe d'équation x = 1 parfaitement constructible.
   - cet axe, qui correspond à l'abscisse du point T, va couper le cercle au point T car T est sur l'axe et sur le cercle (simultanément).
8. Pour effectuer cette construction dans le repère en annexe, on applique **l'algorithme de construction** que l'on vient de décrire.
9. Mais Monsieur !, il y a deux points d'intersection !??? : c'est juste, mais d'après la valeur d'ordonnée qui m'est donnée, c'est celui-ci que je veux et pas l'autre (parce que je sais ordonner des nombres !, donc préciser lequel des deux points est le mien).

EXERCICE 6 (3 POINTS) (BONUS)

Dans chacune des trois figures ci-dessous, on a représenté, sous forme de diagramme, trois événements A, B et C dans l'univers Ω. Sur votre copie, indiquez dans chaque cas, sous forme ensembliste, l'événement correspondant à la partie colorée en gris.

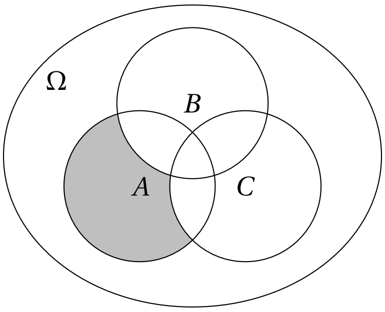

Figure 1 : $A \cap \overline{B \cup C}$

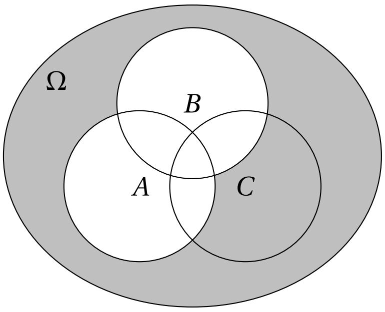

Figure 2 : $\overline{B \cup A}$

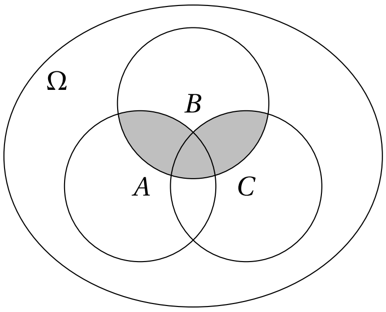

Figure 3 : $B \cap (A \cup C)$

Faites les constructions pour observer que cela fonctionne!!!!

Et ensuite essayer de trouver vous même sans regarder la correction.